

Scomponi i seguenti polinomi, eseguendo dei raccoglimenti totali.

1 $10x^2 + 5x$	$2a^{10} + 6a^4$	$xy^2 + x^2y$
2 $6x(x+y) - 5y(x+y)$	$27a^2b^4 - 9ab^2$	$6a^3b^4c^3 - 9a^5b^6c^2 + 12a^4b^2c^4$

Scomponi i seguenti polinomi, eseguendo raccoglimenti parziali e totali.

3 $x^2y - xy^2 - x + y$	$2a - 2b + 3ax - 3bx$	$ax^2 - ax + a - bx^2 + bx - b$
4 $x^6 + x^4 - 5x^2 - 5$	$x^2y^2 + x^3y^3 - 2xy - 2$	$a^3 - 2 + 4a^3b - 8b$

Scomponi i seguenti polinomi, ricordando i prodotti notevoli.

5 $4x^2 - 36$	$a^2 - 25$	$36x^4 - 1$
6 $a^6 - 4$	$(x^2 + 1)^2 - 4x^2$	$(a+b)^2 - (b+c)^2$
7 $4a^6 - 12a^3 + 9$	$x^4 + 4x^2 + 4$	$x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16}$
8 $x^2 - \frac{4x}{3} + \frac{4}{9}$	$9x^2 + 4x + \frac{4}{9}$	$x^6 + 2(x^2 + 1)x^3 + (x^2 + 1)^2$
9 $x^3 - 8y^3$	$a^3 + 27$	$8a^3 + 27b^3$
10 $27 - (x-2)^3$	$(a+1)^3 + 1$	$x^3y^6 - \frac{1}{8}$

Scomponi i seguenti trinomi di secondo grado.

11 $x^2 + 9x - 10$	$x^2 + 2x - 15$	$x^2 - 4x + 3$	$x^2 + x - 6$
12 $x^2 + 3x - 4$	$x^2 - 11x + 10$	$x^2 - x - 6$	$x^2 + 10x + 9$

Scomponi i seguenti polinomi, dopo averne individuato qualche zero.

13 $x^3 - 3x^2 + 4$	$x^3 + 2x^2 + 2x + 1$	$[(x-2)^2(x+1); (x+1)(x^2+x+1)]$
14 $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$	$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 8$	$[(x-1)(x+2)(x^2+1); (x-2)^2(x^2+2)]$

Esegui le seguenti scomposizioni.

15 $3a^5 - 48a$	$x^2 - 4xy + 4y^2 - 4z^2$	$[3a(a-2)(a+2)(a^2+4); (x-2y-2z)(x-2y+2z)]$
16 $7x^3 - 5x^2$	$25 - 81a^2$	
17 $x^3 + y^3 + x^2 - y^2$	$a^6 - 1$	$[(x+y)(x^2+x-xy-y+y^2); (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)]$
18 $t^3 + 3t^2 - 16t - 48$	$9x^2 - 30x + 25$	
19 $4x^3 - 16x^2 + 16x$	$x^3 + 2x^2 - x - 2$	$[4x(x-2)^2; (x-1)(x+1)(x+2)]$
20 $4k^3 - 4$	$x^2 + 8x + 16 - 9y^2$	
21 $a^2 - 8a + 15$	$3a^2 - 12b^2$	$[(a-3)(a-5); 3(a+2b)(a-2b)]$
22 $2b^4 - 8$	$4x^3 - 16x^2 + 16x$	
23 $y^2 - 6y + 5$	$x^4 - y^4 + x^2 - y^2$	$[(y-1)(y-5); (x-y)(x+y)(x^2+y^2+1)]$

Semplifica le seguenti espressioni.

$$\begin{array}{ll}
 \textcircled{8} \quad \frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x} - \frac{2}{x^2-x} & \left[-\frac{3}{x^2-1} \right] \\
 \textcircled{9} \quad \frac{1}{a^2-2a+1} - \frac{2}{a^2-1} - \frac{1}{a+1} & \left[\frac{2-a}{(a-1)^2} \right] \\
 \textcircled{10} \quad \frac{1}{b-a} - \frac{2}{a+b} + \frac{3a}{a^2-b^2} & \left[\frac{b}{a^2-b^2} \right] \\
 \textcircled{11} \quad \frac{1}{a^2b-ab^2} - \frac{1}{a^2b+ab^2} - \frac{1}{a^2-b^2} & \left[\frac{2-a}{a(a^2-b^2)} \right] \\
 \textcircled{12} \quad \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{x-y} \right) \cdot \frac{x^3y-xy^3}{x^3+y^3} & [-1] \\
 \textcircled{13} \quad \left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} \right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{b}{a^2-ab} \right) & \left[\frac{2a^2}{(a+b)(a-2b)} \right] \\
 \textcircled{15} \quad \left(\frac{1}{3x-3} + \frac{2x}{2x^3-2} - \frac{x}{3x^2-3} \right) \cdot \frac{3x^3-3}{2x+1} & \left[\frac{2x+1}{x+1} \right] \\
 \textcircled{16} \quad \left(\frac{3}{2m+2} + \frac{3}{m-5} - \frac{m^2-1}{m^2-4m-5} \right) : \frac{14-4m}{m+1} & \left[\frac{m-1}{4(m-5)} \right]
 \end{array}$$

Risolvi le seguenti equazioni.

$$\begin{array}{ll}
 \textcircled{8} \quad (x-2)^2 = (x+2)(x-2) + 2(1-x) & [3] \\
 \textcircled{9} \quad (2x-1)(2x+1) = (2x-1)^2 & \left[\frac{1}{2} \right] \\
 \textcircled{10} \quad \frac{x}{2} - \frac{x-3}{4} = -\frac{1}{12} & \left[-\frac{10}{3} \right] \\
 \textcircled{11} \quad (x-1)^2 - (x-2)(x+2) = -2(x+3) & [\text{Impossibile}] \\
 \textcircled{12} \quad (2x+1)^2 - (2x+1)^2 = (x+2)^2 - x^2 & [-1] \\
 \textcircled{13} \quad (x-1)(x+2) - (x-3)^2 = x+1 & [2] \\
 \textcircled{14} \quad \frac{(2x-2)^2}{4} - x^2 = \frac{x-1}{2} & \left[\frac{3}{5} \right] \\
 \textcircled{15} \quad (3x-2)^2 - (2x+1)^2 - (3-x)(3+x) = 2(x-3)(3x+1) & [\text{Indeterminata}] \\
 \textcircled{16} \quad \left(\frac{1}{2}x-3 \right)^2 - \left(\frac{1}{2}x+2 \right)^2 = \left(\frac{1}{2}x+2 \right) \left(\frac{1}{2}x-2 \right) - \frac{1}{4}x^2 & \left[\frac{9}{5} \right] \\
 \textcircled{17} \quad \frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} = \frac{1}{2} - \frac{x-3}{4} & \left[\frac{21}{5} \right] \\
 \textcircled{18} \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - \frac{2-x}{12} = 2 - \frac{x}{4} & \left[\frac{13}{7} \right] \\
 \textcircled{19} \quad \frac{x-1}{3} - \frac{x+1}{6} = \frac{1}{6}x - \frac{1}{2} & [\text{Indeterminata}] \\
 \textcircled{20} \quad \frac{x(x-1)}{2} - \frac{1}{3} + (x-1)^2 = \frac{3}{2}(x+1)(x-3) + \frac{11}{3} & [-3] \\
 \textcircled{21} \quad \frac{x-3}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{1}{6}x - 1 & [\text{Impossibile}]
 \end{array}$$

Risolvi le seguenti equazioni frazionarie.

$$1) \frac{3-x}{x-5} = \frac{2}{5-x}$$

[Impossibile]

$$5) \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{1}{x^2-4}$$

[5]

$$6) \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{3x+4}{x^2+2x} - \frac{1}{x+1}$$

[Impossibile]

$$7) \frac{1}{x^2+2x-3} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{2}{x^2+4x+3}$$

[0]

$$8) \frac{x}{x-3} + \frac{3-x}{x} = \frac{9}{x^2-3x}$$

[Impossibile]

$$9) \frac{2}{x^2+2x+1} + \frac{x}{x^2+3x+2} = \frac{1}{x+2}$$

[-3]

17) Un paio di pantaloni, dopo uno sconto del 12%, viene venduto a 66 euro. Qual era il prezzo originario dei pantaloni?

[75 euro]

23) Si vuole formare la somma di 10 euro utilizzando 18 monete, alcune da 1 euro e altre da 50 centesimi. Quante monete da 1 euro e quante da 50 centesimi sono necessarie?

[2 monete da 1 euro e 16 da 50 centesimi]

29) Un padre, che ha 36 anni, ha un figlio di 14 anni. Fra quanti anni la sua età sarà il doppio di quella del figlio?

34) In un rettangolo la misura di un lato supera di 4 cm i $\frac{2}{3}$ dell'altro. Sapendo che il perimetro del rettangolo è 28 cm, determina la sua area.

[48 cm²]

35) In un trapezio isoscele la base maggiore supera di 9 cm la metà della base minore, mentre i lati obliqui superano di 1 cm i $\frac{2}{3}$ della base minore. Sapendo che il perimetro del trapezio è 28 cm, determina le misure dei lati del trapezio.

[12 cm, 6 cm, 5 cm, 5 cm]

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

$$1) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = -6 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$\left[(2, 1); \left(-\frac{12}{11}, \frac{15}{11} \right) \right]$$

$$2) \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 4y = -1 \\ \frac{1}{2}x - y = 1 \end{cases}$$

$$\left[(5, -2); \left(-5, -\frac{7}{2} \right) \right]$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{3} \\ x + 2y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 2 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$[(3, -2); (2, -3)]$$

Risolvi i seguenti sistemi applicando il metodo di addizione e sottrazione.

$$4) \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\left[(2, 1); \left(4, \frac{3}{2} \right) \right]$$

$$5) \begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x - 5y = -1 \end{cases}$$

$$\left[\left(\frac{3}{8}, -\frac{5}{4} \right); (1, 1) \right]$$

$$6) \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$\left[\left(-4, -\frac{9}{2} \right); \left(\frac{10}{7}, -\frac{9}{7} \right) \right]$$

Risolvi i seguenti sistemi, mediante il teorema di Cramer.

$$7) \begin{cases} 3x + y = -1 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + 5y = -2 \end{cases}$$

$$\left[\left(\frac{3}{7}, -\frac{16}{7} \right); (-6, 2) \right]$$

$$8) \begin{cases} \frac{1}{2}x - y = 5 \\ 3x - \frac{5}{2}y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 3x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\left[(-10, -10); (-6, 7) \right]$$

31 In un rettangolo di perimetro 20 cm, la somma della base e del doppio dell'altezza vale 14 cm. Quanto sono lunghi i lati del rettangolo? [6 cm, 4 cm]

32 In un trapezio isoscele, di perimetro uguale a 30 cm, la somma delle due basi è di 20 cm, e la somma dei due lati obliqui è inferiore di 1 cm alla somma del lato obliquo con la base minore. Quanto sono lunghi i lati del trapezio? [14 cm, 6 cm, 5 cm, 5 cm]

33 In un triangolo ABC, l'angolo $\hat{A}$ è 20° in meno dell'angolo $\hat{B}$, il quale a sua volta è 20° in meno dell'angolo $\hat{C}$. Determina le ampiezze dei tre angoli del triangolo. [$\hat{A} = 40^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 80^\circ$]

34 In un rettangolo, il perimetro è 50 cm e il doppio dell'altezza supera di 5 cm il triplo della base. Determina le lunghezze dei lati del rettangolo. [9 cm, 16 cm]

Traccia il grafico delle rette aventi le equazioni seguenti dopo averne determinato gli eventuali punti d'intersezione con gli assi cartesiani (nelle risposte sono riportate solo le coordinate dei punti d'intersezione con gli assi).

9 $y = -x - 1$ [(0, -1); (-1, 0)]

10 $y = 2x + 2$ [(0, 2); (-1, 0)]

11 $y = x - 2$ [(0, -2); (2, 0)]

12 $y = -2x$ [(0, 0)]

18 Scrivi, se possibile, le equazioni delle seguenti rette in forma esplicita e identificane il coefficiente angolare e il termine noto (nelle risposte è riportata solo l'equazione esplicita della retta).

a. $2x - y - 1 = 0$ [$y = 2x - 1$]

b. $2x + y + 5 = 0$ [$y = -2x - 5$]

c. $2x + 3 = 0$ [Retta parallela all'asse y : non si può porre in forma esplicita]

d. $3x - 6y + 2 = 0$ [$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$]

Scrivi l'equazione della retta passante per P e parallela a r .

20 $P(-1, 3)$ r : asse x [$y = 3$]

21 $P(-1, 3)$ r : asse y [$x = -1$]

22 $P(-2, 0)$ r : $y = -3x$ [$y = -3x - 6$]

23 $P(-2, -1)$ r : $4x - 2y - 1 = 0$ [$y = 2x + 3$]

Scrivi l'equazione della retta passante per P e perpendicolare a r .

25 $P(0, 3)$ r : $y = -2x$ [$y = \frac{1}{2}x + 3$]

26 $P(1, -2)$ r : $x + 3y - 1 = 0$ [$y = 3x - 5$]

27 $P(\frac{1}{2}, 0)$ r : $x + y = 10$ [$y = x - \frac{1}{2}$]

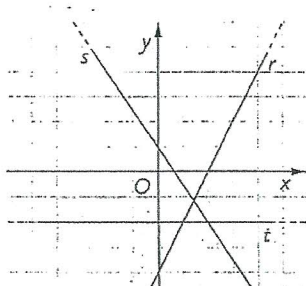
Scrivi l'equazione della retta passante per i due punti A e B .

28 $A(0, 2)$; $B(-1, -1)$ [$y = 3x + 2$]

29 $A(-1, 0)$; $B(0, 3)$ [$y = 3x + 3$]

32 Scrivi le equazioni delle rette rappresentate nella seguente figura.

[$r: y = 2x - 4$, $s: y = -\frac{3}{2}x + 1$, $t: y = -2$]



Semplifica, se possibile, i seguenti radicali, supponendo che tutte le lettere possano assumere solo valori non negativi.

3	$\sqrt[4]{2^6 \cdot 3^4}$	$\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}$	$\sqrt[12]{2^6 \cdot 3^{15} \cdot 7^9}$	$[\sqrt{2^3 \cdot 3^2}; \sqrt{2 \cdot 5^2}; \sqrt{2^2 \cdot 3^5 \cdot 7^3}]$
4	$\sqrt{25 \cdot 9}$	$\sqrt[4]{144}$	$\sqrt[3]{2^6 \cdot 27}$	$[\sqrt{15}; \sqrt{12}; 12]$
5	$\sqrt[5]{144}$	$\sqrt[3]{144}$	$\sqrt[9]{27}$	$[\sqrt[3]{12}; \sqrt[4]{12}; \sqrt[3]{3}]$
6	$\sqrt[6]{a^9}$	$\sqrt{a^6}$	$\sqrt[3]{a^6}$	$[\sqrt{a^3}; a^3; \sqrt[3]{a^2}]$

Semplifica le seguenti espressioni; supponi che tutte le lettere possano assumere solo valori non negativi.

22	$\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$	[6]
23	$\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$	[3]
24	$(\sqrt[4]{5^6})^2$	[125]
25	$\sqrt[3]{\sqrt{5}}$	$[\sqrt[6]{5}]$
26	$\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}}$	[2]
27	$(\sqrt[3]{2})^3 : (\sqrt[3]{2})^2$	$[\sqrt[3]{2}]$
28	$\frac{(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3})^2}{(\sqrt[3]{3})^3}$	$[\frac{1}{\sqrt[3]{3}}]$

Trasporta tutti i fattori possibili fuori dal segno di radice; supponi che tutte le lettere possano assumere solo valori non negativi.

39	$\sqrt{2^7}$	$\sqrt{2^9 \cdot 3^5 \cdot 5^6}$	$\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}}$	$[2^3 \sqrt{2}; 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \sqrt{6}; 2 \cdot 3^3 \cdot 5^5 \sqrt[3]{3 \cdot 5^2}]$
40	$\sqrt{50}$	$\sqrt{45}$	$\sqrt[3]{24}$	$[5\sqrt{2}; 3\sqrt{5}; 2\sqrt[3]{3}]$
41	$\sqrt{72}$	$\sqrt[3]{3000}$	$\sqrt[3]{250}$	$[6\sqrt{2}; 10\sqrt[3]{3}; 5\sqrt[3]{2}]$

Riscrivi le seguenti espressioni utilizzando la notazione delle potenze e semplificalle, mediante le proprietà delle potenze; riscrivi quindi il risultato sotto forma di radicale. Supponi che le lettere possano assumere solo valori positivi.

64	$\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{5}$	$\sqrt{8k} : \sqrt[3]{2k}$	$\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}$	$\frac{x\sqrt{y^3}}{\sqrt{x^{-2}y^4}}$	$[\sqrt[20]{5^9}; \sqrt[12]{28k}; \sqrt[12]{a^{17}}; \frac{x^2}{\sqrt{y}}]$
65	$\sqrt[3]{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}}$	$\sqrt[5]{xy^2 \sqrt{xy}}$	$\sqrt{a} \cdot \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}\right)^2$		$[\sqrt[12]{128}; \sqrt[10]{x^3 y^5}; \sqrt[3]{a^2}]$

Semplifica le seguenti espressioni, supponendo che tutte le lettere possano assumere solo valori non negativi.

72	$\sqrt{10} + \sqrt{40}$	$[3\sqrt{10}]$
73	$-\sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{3}$	$[-\frac{9}{2}\sqrt{3}]$
74	$\sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{2} + \sqrt{9}$	$[3 + 6\sqrt{2}]$
75	$\sqrt{45} + \sqrt{50} + \sqrt{20} + \sqrt[3]{25}$	$[6\sqrt{5} + 5\sqrt{2}]$

Razionalizza le seguenti espressioni.

57	$\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{5}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt[3]{5}}$	$[\frac{\sqrt{5}}{5}; \sqrt{5}; \frac{\sqrt[3]{25}}{5}]$
58	$\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}, \frac{1}{2 + \sqrt{2}}, \frac{4}{\sqrt{5} - 1}$	$[\sqrt{5} + \sqrt{3}; \frac{2 - \sqrt{2}}{2}; 1 + \sqrt{5}]$